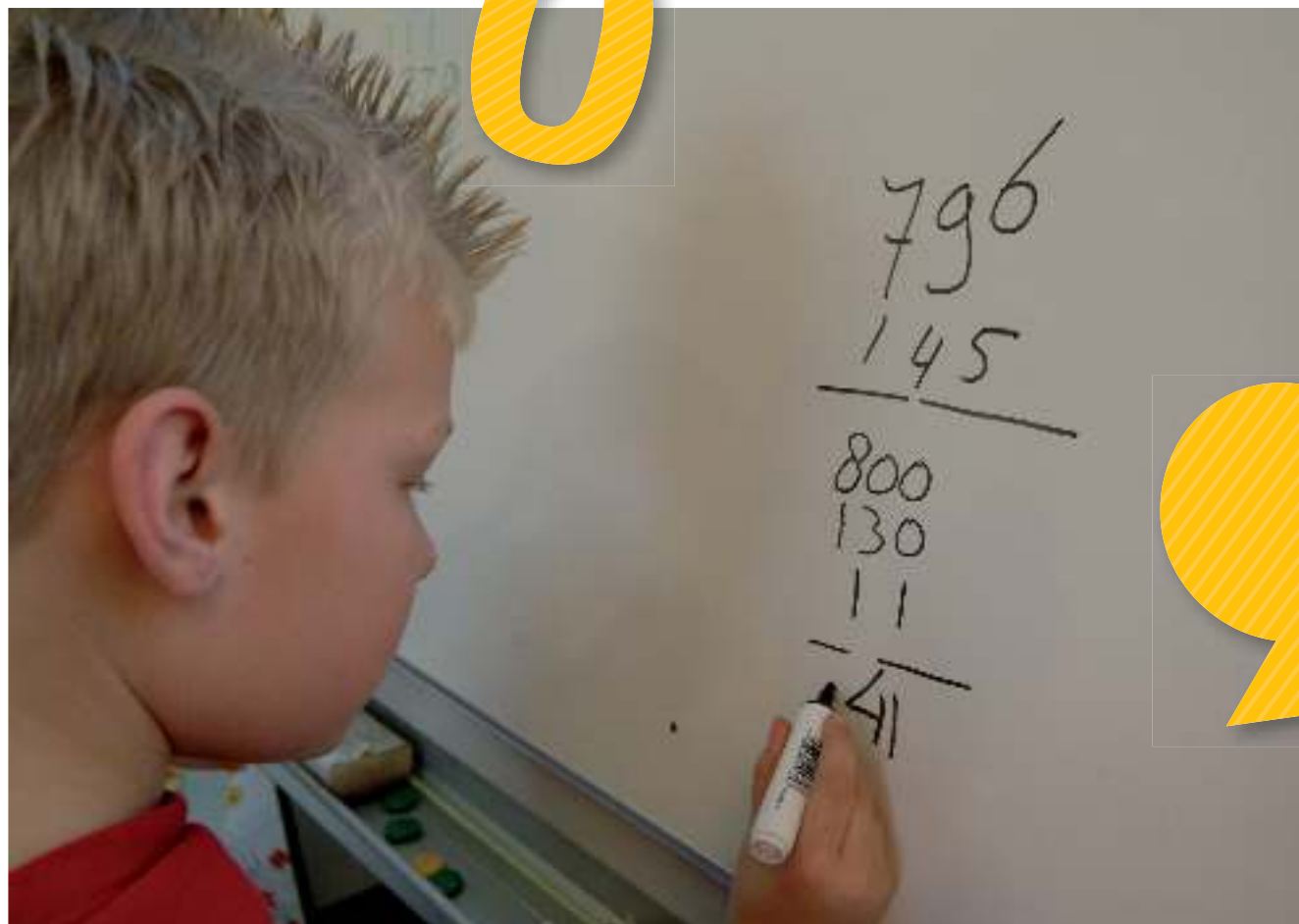




De magie van getallen

Pas op late leeftijd heb ik mijn eerste positieve ervaringen met rekenen en wiskunde opgedaan. Een docent op de PABO met grote liefde voor zijn vak opende de wereld van getallen en leerde me de basale vaardigheden. Ik bleef mezelf echter de vraag stellen waarom rekenen zo belangrijk is. Bij leraren kreeg ik vaak het onbevredigende antwoord dat dit gewoon erg handig is, bij het boodschappen doen en zo, maar er moest toch meer zijn. Om rekenen en wiskunde een nieuwe kans te geven, ben ik op zoek gegaan naar antwoorden. Mijn zoektocht begint ver in de geschiedenis, waar de eerste getallen ontstonden. Zo'n 8000 jaar geleden bij de overgang van de jagerssamenleving naar de landbouwers.

Stel je hebt een kudde geiten die je elke dag van de wei naar de stal en terug moet brengen. Je kunt elke dag proberen te onthouden welke schapen je meeneemt en dit op de terugweg weer doen, maar dit is tijdrovend en vraagt om een goed geheugen. Een slimme herder besluit voor elke geit uit de stal een steentje op de grond te leggen. Bij terugkomst van de wei naar de stal pakt hij bij elke geit die naar binnen gaat een steentje van de stapel. Als alle steentjes op zijn, zijn al zijn schapen binnen. Dit is terug te zien in het Latijnse woord Calculus, wat zowel tellen als steentje betekent.

Symbolen en getallen

Het begin van de wiskunde is de uitvinding dat je een eenheid kunt koppelen aan een symbool. In veel oude beschavingen stond een streepje in een stok of op een steen, symbool voor een eenheid. Hier komt ons getal 1 vandaan. Er kwamen al snel symbolen voor 10, 100 en 1000.

Over heel de wereld ontstonden er op verschillende momenten, verschillende getalsystemen die elkaar beïnvloedden door veroveringen van en ontmoetingen tussen beschavingen. Het goochelen met symbolen werd als magisch ervaren en de mensheid kreeg er steeds meer plezier in. Telkens als ze tegen de grens van een getalsysteem aanliepen, bedachten ze nieuwe symbolen en schrijfwijzen om extra mogelijkheden te creëren en om grotere eenheden vast te leggen. Deze ontwikkeling zou je globaal als volgt kunnen beschrijven:

1. Natuurlijke getallen: 1, 2, 3, 4, enz. Symbolen, bijvoorbeeld streepjes, rondjes, tekens, werden gekoppeld aan eenheden en volgde elkaar op in grootte. Hiermee konden mensen optellen, aftrekken en vermenigvuldigen. Veel beschavingen zoals de Soemeriërs, de Egyptenaren, de Babyloniërs bedachten hiervoor een eigen systeem van symbolen. Bij berekeningen als $7 - 12$ en $42 - 56$ ontstonden er echter problemen en werd de grens van de natuurlijke getallen bereikt.

2. Gehele getallen: door het ontstaan van negatieve getallen rond 100 v. Chr in China kwamen er dubbel zoveel mogelijkheden met getallen. In eerste instantie gaven zij kleuren aan positieve en negatieve getallen later gebruikte ze hiervoor het symbool - voor een getal (-2, -50, enz.) Toch hadden ook deze getallen een grens. Bijvoorbeeld bij de som $15 : 2$.

3. Rationele getallen: er kwamen symbolen voor breuken en kommagetallen en dit leidde tot nog meer mogelijkheden. Er kwamen diepere lagen in het getalstelsel (2,5, 3,6, 2,2, enz.) en oneindig veel mogelijkheden met getallen. Delen werd hierdoor mogelijk. Waar men echter al snel achter kwam is dat je niet alle getallen zomaar kunt delen.

4. Irrationele getallen: mensen wilden sommen als $7 : 5$ en $784 : 55$ oplossen, maar dit lukte niet met bovenstaande getallen. De symbolen Pi (π), de verhouding tussen omtrek en diameter, wortel ($\sqrt{\quad}$) en macht (2^2) ontstonden om dit soort problemen op te lossen. Het gaat hier om getallen die we niet rationeel meer op kunnen lossen, maar die wel met formules te berekenen zijn.

5. In India ontstond ongeveer 500 na Chr. een nieuw stelsel door de komst van de nul, het positiestelsel. De positie van een cijfer in een getal werd belangrijk omdat dit de waarde weergeeft. In dit getalsysteem waren er maar 10 symbolen

nodig om alle getallen op te schrijven.

6. Reële getallen: alle rationele getallen, het getal nul en de irrationele getallen samen worden reële getallen genoemd.

Oneindig veel mogelijkheden

De ontwikkeling van getallen is typerend voor de groei van de beschaving. De mensen wilden steeds groter en verder gaan in het vastleggen van de werkelijkheid in handige formules. Het telsysteem stond aan de basis van het schrift. Hier gebruik je ook een symbool voor een eenheid. Deze ontwikkeling gaf mensen de mogelijkheid om abstracter te denken. Ze konden ineens formuleren wat niet direct aanraakbaar was. Al in 500 v. Chr. kon men met een getalsysteem de positie van de zon, de maan en de sterren registreren en voorspellen. In 235 v. Chr. werd de omtrek van de aarde vrij nauwkeurig geschat, zonder dat deze afstand ooit was afgelegd. Ook in de filosofie was veel interesse in grote getallen en filosofen probeerden het onmeetbare meetbaar te maken. Dit werd toegepast in de muziek (muzieknotatie), de bouwkunde (vormen berekenen), de handel (ruilmiddelen), astronomie (berekenen grote afstanden) en veel later bij het gebruik van computers en de kwantumtheorie. De wereld van wiskunde is oneindig veel groter en complexer dan ik in dit korte artikel kan beschrijven. Mijn zoektocht naar de oorsprong en ontwikkeling van getallen is dan ook nog lang niet klaar. Het is een heel uitdagend idee dat er systemen en formules zijn die je niet met je gewone verstand kunt bevatten, maar waar je echt je hoofd op moet breken. Grip krijgen op de complexe wereld van getallen is dan ook een oneindig leerproces.

Betekenisvol leren rekenen

Getallen hebben ons ontzettend veel gebracht en veel van onze uitvindingen waren niet mogelijk geweest zonder deze magische symbolen. Jammer dat dit inzicht nooit genoemd wordt in het proces van leren rekenen. Het wordt gezien als vanzelfsprekend dat we leren rekenen en dat het belangrijk is. Zeker voor de kinderen in je klas die graag betekenisvol leren zou het goed zijn als ze zien waar getallen voor staan. Van concreet naar abstract, van betekenis naar toepassing en oefening. Het zou mooi zijn als kinderen in de basisschool dezelfde ontdekkingen kunnen doen als de mensheid 8000 jaar geleden deed. Zo kun je kinderen in de bovenbouw een eigen getalsysteem laten ontwikkelen. Je kunt ze de vraag stellen: stel je hebt geen getallen en cijfers, maar je wilt toch weten hoeveel je kinderen er in de klas zijn, hoeveel boeken er in de kast staan, hoeveel potloden er in een bak zitten. Met dit zelfgemaakte systeem kun je dan op zoek gaan naar de mogelijkheden en grenzen, net zoals de mensheid dit ooit deed. Naar mijn idee zullen kinderen die dit ontdekken zich niet meer afvragen waarom rekenen zo belangrijk is...

Annemarie van den Broek
Fontys Pabo Eindhoven / Redactielid Egoscoop

Meer weten:
Struik, D.J. (2008) *De geschiedenis van de wiskunde*.
Houten: het Spectrum